

損失線路である。有損失線路については8章で述べる。

2.3.2. 基本式

図 2.17 において、

$$-v = L \frac{di}{dt} \dots\dots\dots(2.35)$$

$x \rightarrow 0$ とすると

$$-\frac{v}{x} = L \frac{i}{t} \dots\dots\dots(2.36)$$

同様に、

$$-\frac{i}{x} = C \frac{v}{t} \dots\dots\dots(2.37)$$

式(2.36), (2.37)が分布定数線路の基本式であり、この偏微分方程式を解けば電流、電圧が求まる。

回路が線形の場合にはラプラス変換によって偏微分方程式を常微分方程式にして、簡単に解くことが可能である。<sup>8</sup>

式(2.36), (2.37)をそれぞれラプラス変換して、

$$-\frac{dV}{dx} = sLI \dots\dots\dots(2.38)$$

$$-\frac{dI}{dx} = sCV \dots\dots\dots(2.39)$$

式(2.38)を  $x$  で微分して式(2.39)を代入すると、

$$\frac{d^2V}{dx^2} - s^2LCV = 0 \dots\dots\dots(2.40)$$

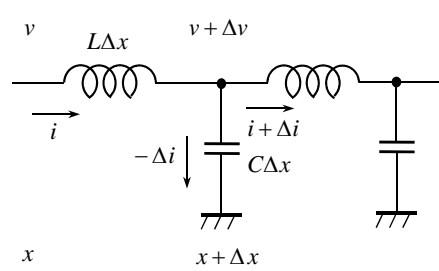


図 2.17 分布定数線路の等価回路

<sup>8</sup> ラプラス変換については 付録 1, 付録 2 を、また以下の解の詳細については 付録 3 を参照

式(2.40)は、ヘルムホルツ方程式(Helmholtz equation)または波動方程式(wave equation)と呼ばれるもので、分布定数線路を伝搬する信号は波動としての性質をもっていることを示している。同式は、

$$V = e^{\pm s\sqrt{LC}x} \dots\dots\dots(2.41)$$

の解を持つ。ここで、 $u = 1/\sqrt{LC}$  とおく。  $u$  は線路上を伝わる信号の進む速度である。

式(2.40)の一般解は次のようになる。

$$V = A_1(s)e^{-\frac{x}{u}} + A_2(s)e^{\frac{x}{u}} \dots\dots\dots(2.42)$$

電流は、式(2.38)と式(2.42)とから次のようになる。

$$I = -\frac{1}{sL} \frac{dV}{dx} = \frac{1}{Z_0} \left\{ A_1(s)e^{-\frac{x}{u}} - A_2(s)e^{\frac{x}{u}} \right\} \dots\dots\dots(2.43)$$

ここに  $Z_0 = \sqrt{L/C}$  であり、これを線路の特性インピーダンスという。

2.3.3. 微分方程式の解の意味

$e^{\pm \frac{x}{u}}$  のラプラス逆変換は、時間関数  $f(t)$  に対して  $f(t \pm x/u)$  の演算を施すことである。  $x$  は線路上の距離、  $u$  は線路上を伝搬する信号の進む速度であるから、  $x/u$  は信号が距離  $x$  を進む時間を表す。

したがって、複号がマイナスのときは、距離  $x$  の増加に伴って時刻  $t$  よりも前の現象を表す、すなわち  $x/u$  の時間後によりやく時刻の原点  $t=0$  の現象が現れるのであるから、信号の進む向きに進む波、右行波を意味する。同様に複号がプラスのときには、信号の進む向きと逆の左行波を表すことが分かる。

分布定数線路を伝わる波は、この右行波と左行波にそれぞれ  $A_1, A_2$  と