碓井 有三

PRBS や 8B10B のパルス応答

一般的な任意パルス波形の応答を求めるには，オーソドックスには，ステップ・バイ・ステップで，時間遅れで加算した信号の周波数応答を求め，伝達関数をかけてフーリエ逆変換(iFFT)する.

ここでは，この信号源を作成する方法について述べる.

1.　基本 1)

図 1 の最上段は，PRBS-4$\left(2^4-1=15\right)$のパルス列である．横軸は，ギガビット伝送に用いられるNRZ(Non-Return to Zero)信号の，最小時間単位UI(Unit Interval)である.

2 段目以降は，この PRBS-4 の信号を，1UI の単位パルスに分解したものである.

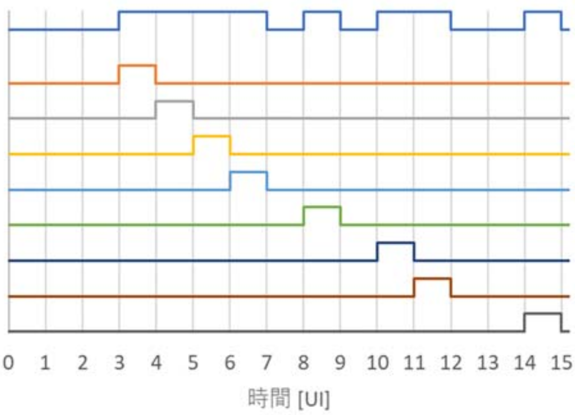

図 1. PRBS-4 と単位パルスに分解

例えば，時間軸の 3 から始まるパルスのスペクトルは，

$$F_3(\omega)=\frac{1}{j\omega}\left(e^{-j\omega 3}-e^{-j\omega 4}\right)=\frac{1-e^{j\omega}}{j\omega}e^{-j\omega 3} \quad \text{(1)}$$

と表される．$1/j\omega$はステップ波形，$e^{-j\omega\tau}$は，時間遅れτを意味する.

したがって，図 1 の 8 個の単位パルスのスペクトルは，

$$F(\omega)=\frac{1-e^{j\omega}}{j\omega}\left(e^{-j\omega 3}+e^{-j\omega 4}+e^{-j\omega 5}+e^{-j\omega 6}+e^{-j\omega 8}+e^{-j\omega 10}+e^{-j\omega 11}+e^{-j\omega 14}\right) \quad \text{(2)}$$

となる.

別の方法として，図 2 のように，正負の単位ステップパルスに分解してもよい.

同図の 2 段目以下は，立ち上がりは，0 から+1 への変化，立ち下がりは，0 から−1 への変化を意味する.

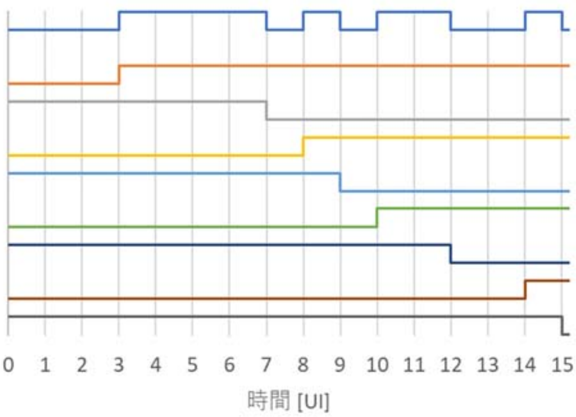

図 2. PRBS-4 と単位ステップパルスに分解

図 2 の 2 段目と 3 段目のステップパルスのスペクトルは，

$$G_{36}(\omega)=\frac{1}{j\omega}\left(e^{-j\omega 3}-e^{-j\omega 7}\right) \quad \text{(3)}$$

となり，当然ながら，式(2)の 3 から 6 までのスペクトルの和，

$$F_{37}(\omega)=\frac{1-e^{j\omega}}{j\omega}\left(e^{-j\omega 3}+e^{-j\omega 4}+e^{-j\omega 5}+e^{-j\omega 6}\right) \quad \cdots (4)$$

と等しくなる.

2.　転送速度を考慮

実際の例として，専用の測定器では大きな数の PRBS などが用いられるが，フーリエ変換を用いる場合には，例えば, 2,048 の iFFT を用いる場合，1UI に，サンプル数を 8 個確保するには，PRBS-8$\left(2^8-1=255\right)$が上限と考える.

また, 8B10B では，筆者は，例えば, PRBS-5$\left(2^5-1=31\right)$のパルス列を連続 8 個用い，それを 8B10B 変換して, 310 個のパルス列を作成して, 2,048 の iFFT を用いる．または, 4,096 の iFFT と PRBS-6$\left(2^6-1=63\right)\times 8$で 630 個のパルス列を作成するのが適当であると考える.

パルス列の数を N とし, 1UI のパルス幅をT_Wとすると，繰り返し周期は，$T=N\times T_W$ である．すなわち,

$$T_W=T/N \quad \cdots (5)$$

である.

iFFT の角周波数のキザミは，$\Delta\omega=2\pi/T$ であり, iFFT 解析の n 番目は，$\omega=n\Delta\omega$ である.

ここで，例えば，式(2)の時間遅れの k 番目の要素は，kT_W の時間遅れで，角周波数は，$\omega=n\Delta\omega$ であるから，指数の肩は,

$$-jkn\Delta\omega T_W=-jkn\times\frac{2\pi}{T}\times\frac{T}{N}=-jk\frac{2\pi n}{N} \quad \cdots (6)$$

となって, Tに無関係となる.

式(6)が T に無関係ということは，例えば，式(2)を一度計算しておいて，結果を数値として保存しておけば，ある転送速度の応答を求める際に，この結果を用いる，すなわち，定数化が可能であり，計算の簡略化ができるので，エクセルでは便利である.

3.　波形の計算

実際に波形を計算する.

転送速度を, 3.125Gbps すなわち，$T_W=320\text{ps}$ で 8B10B の N=310 の場合を考える.

図 3 は，式(2)をそのまま iFFT したものである．ステップ波形$\left(t_r=0\right)$なので, iFFT の際に，ギブス(Gibbs)の現象と言われるヒゲが生じる.

図 4 は, 0-100%の立ち上がり 100ps の場合のランプ波形である．式(2)に，立ち上がりt_r のスペクトル,

$$F_{t_r}(\omega)=\frac{\sin\frac{\omega t_r}{2}}{\frac{\omega t_r}{2}} \quad \cdots (7)$$

をかけて, iFFT したものである.

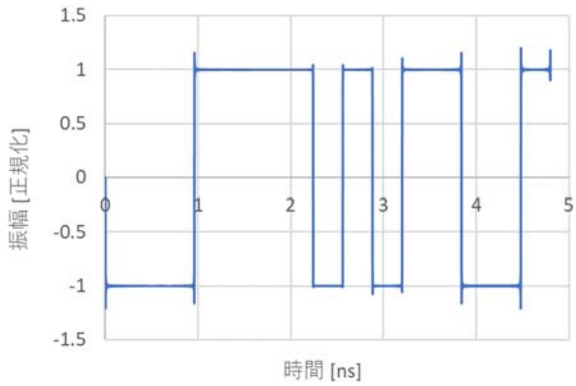

図 3. PRBS-4 の時間応答 ステップ波形

図 5 は，式(2)に，立ち上がり 100ps に相当する 3 次の Bessel LPF の演算を施したものである.[2)]

図 5 は，図 4 と比べて時間軸がややずれているが，線路の応答からアイパターンを求める際に，時間軸の

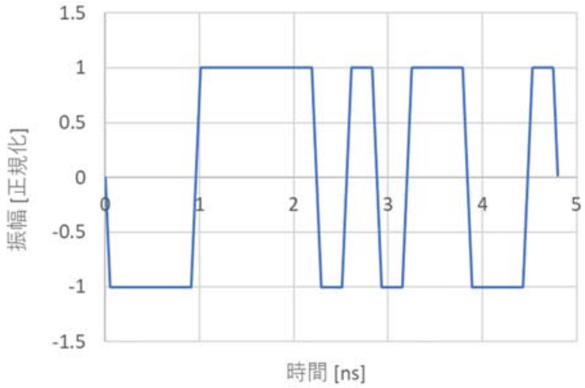

図 4. PRBS-4 の時間応答 ランプ波形

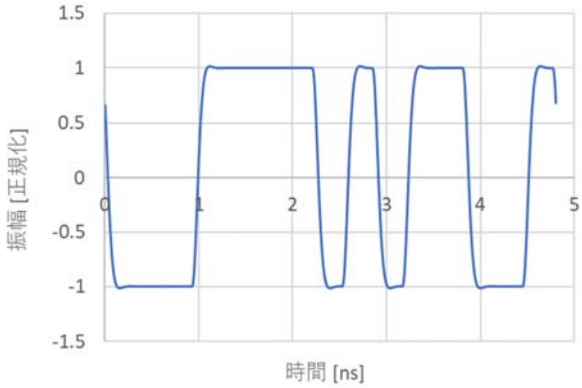

図 5. PRBS-4 の時間応答 Bessel 波形

調整をすればよいので大きな問題ではない.

図 6 は, PRBS-6×8 を 8B/10B 変換して 630 個のパルスを作成した例である. 横軸の 1 周期は, 320ps×630=201.6ns であるが, その 1/4 を表示した.

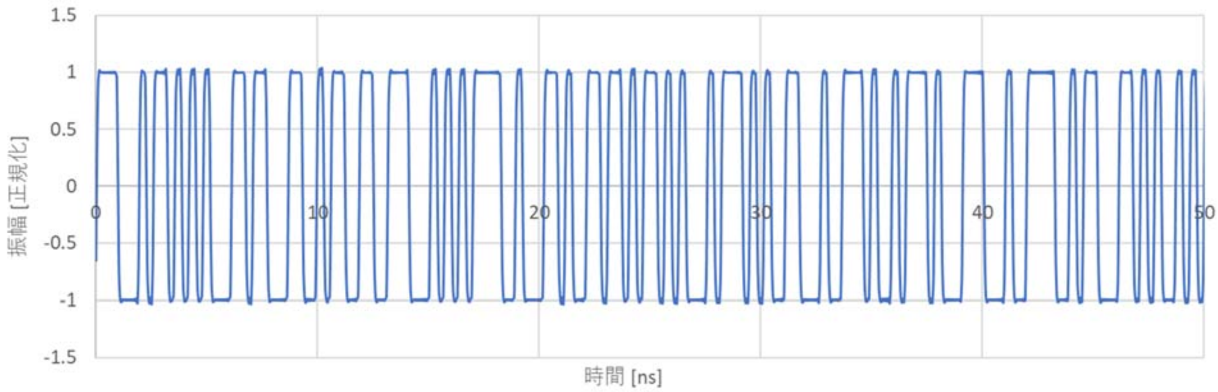

図 6. 8B10B 630 の一部

実際の線路の応答を求めるには, 線路の周波数特性(伝達関数)をかける. その応答を, UI 単位で波形を重ねてアイパターンを求める.

参考文献

1) 碓井有三 ：ボード設計者のための分布定数回路のすべて(改訂 3 版） 自費出版 (http://radioy.a.la9.jp/), pp.193-195, 2016
http://radioy.a.la9.jp/book/book.htm
2) 碓井有三：“ラプラス変換を用いたベッセルフィルターの応答”, マクニカ, 碓井有三のスペシャリストコラム,
https://www.macnica.co.jp/business/semiconductor/articles/basic/143961/